

Toets Analyse 1 (Wiskunde)

Donderdag 26 oktober 2017, 11:00–13:00 uur

- Schrijf op ieder vel je naam, studie en studentnummer.
 - Er zijn vier opgaven. Vergeet de achterkant niet!
 - Ieder antwoord dient gemotiveerd te worden met een (korte) berekening, redenering of verwijzing naar de theorie.
 - Het gebruik van een grafische rekenmachine is niet toegestaan. Een eenvoudige rekenmachine mag wel gebruikt worden. Bedenk wel dat steeds exacte antwoorden worden gevraagd.
-

1.) Bekijk de functie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} -xe^x & \text{als } x < 0, \\ 3x & \text{als } 0 \leq x \leq 2, \\ \frac{2x^2 - 7x + 8}{x - 2} & \text{als } x > 2. \end{cases}$$

- Is f differentieerbaar in $x = 0$? Beargumenteer!
- Is f continu in $x = 0$? Beargumenteer!
- Ga na of f asymptoten (verticaal, horizontaal of scheef) heeft en bepaal de vergelijkingen van de eventuele asymptoten.
- Bepaal de extreme waarden van f en leg uit of het minima of maxima zijn. Geef ook aan of de minima en maxima globaal of alleen lokaal zijn.

2.) Bekijk de functie $f: [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$ gegeven door

$$f(x) = (\sin x)^{\ln(\sin x)}, \quad x \in [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}].$$

- Toon aan dat f strikt dalend is.
- Bepaal het bereik ("range") B_f van f . Argumenteer zorgvuldig en vermeld welke stelling(en) je hierbij gebruikt.
- Toon aan dat $f: [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow B_f$ inverteerbaar is en geef een functievoorschrift voor de inverse $f^{-1}: B_f \rightarrow [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$ van f .

Zie ommezijde

- 3.) (a) Formuleer de Middelwaardestelling.
 (b) Toon aan dat voor iedere $x \in (0, 1]$ geldt dat

$$\arctan x > \ln(x + 1).$$

- (c) Toon aan dat $\arctan x > \ln(x + 1)$ ook geldt voor alle $x \in (-1, 0)$.

- 4.) Bepaal de volgende limieten:

(a) $\lim_{x \downarrow 0} \frac{\sqrt{x} + 2 - \sqrt{x + 4}}{5\sqrt{x^2 + x}},$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) \ln(\cos x)}{\tan(2x^3 - 3x^2)},$

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x + \ln x + e^x}{7e^x + 4x + 1}.$

Puntenverdeling (onder voorbehoud)

Opgave:	1	2	3	4	Totaal
Punten:	19	10	8	13	50
	(3+2+6+8)	(4+3+3)	(3+4+1)	(4+4+5)	