

DEELTENTAMEM ANALYSE Ia

5 november 2002, 9:00-11:00

1. De functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{1 + |2x - 2|}.$$

- (a) Onderzoek en teken de functie f .
- (b) Bepaal de kortste afstand van het punt $(1, 0)$ op de x -as tot de grafiek van f .

2. Bereken en teken in het complexe vlak.

- (a) De verzameling $z \in \mathbb{C}$ met $(z + 2)^4 = 1 + i$.
- (b) De verzameling $z \in \mathbb{C}$ met $|z + 3| = \sqrt{2}|z|$.

3. Laat $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ een gegeven functie zijn.

- (a) Bepaal de inverse functie van f als

$$f(x) = \frac{x + 1}{2x + 1}.$$

- (b) Toon aan dat f een even functie is, als $f(x) = (x^3 - x^7) \sin x$.
- (c) Bereken de volgende limiet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \tan x} - \sqrt{1 + \sin x}}{x^3}.$$

4. De afstand (in meters) van een deeltje op de x -as tot de oorsprong wordt op tijdstip t (in seconden) gegeven door de functie

$$s(t) = t^3 - \frac{9}{2}t^2 - 7t, \quad t \geq 0.$$

- (a) Wanneer bereikt het deeltje een snelheid van 5 meter per seconde. Bepaal ook de positie van het deeltje op dat moment.
 - (b) Op welk tijdstip wordt de versnelling van het deeltje gelijk aan nul. Wat is de betekenis van dit tijdstip?
5. Bewijs met wiskundige inductie een algemene formule voor de n^{de} afgeleide van de functie $f(x) = xe^{-x}$. Bepaal de honderdste afgeleide van f .

Werk netjes en geef volledige antwoorden