

ANALYSE 1, VOLLEDIG TENTAMEN

maandag 15 maart 2004, 14:00–17:00

- Vermeld niet alleen uw naam, maar ook uw studentnummer, studie(s) en docent.
- Een (grafische) rekenmachine is toegestaan, een formulekaart niet.
- Let wel: eindantwoorden alleen tellen niet! Een goede motivatie en/of berekening is noodzakelijk.
- Dit tentamen bestaat uit 9 opgaven. Vergeet de achterkant niet.

Succes!

1. Bepaal alle oplossingen van de vierkantsvergelijking

$$z^2 - 2(1 - i)z + 2i = 0$$

en schets ze in het complexe vlak.

2. (a) Bepaal de algemene oplossing van de differentiaalvergelijking

$$y'' - 4y' + 4 = 0.$$

(b) Los het volgende beginwaardenprobleem op:

$$\begin{cases} y'' - 4y' + 4 = 0, \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 4. \end{cases}$$

3. Voor welke $c > 0$ is de functie $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$, gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x^c)}{x} & \text{voor } x > 0, \\ 0 & \text{voor } x \leq 0 \end{cases}$$

continu in 0?

4. De kromme in het vlak, gegeven door de vergelijking

$$x^2 + y^2 + \sin(\pi x^2 y^2) = 2,$$

heeft een welgedefinieerde raaklijn in het punt $(1, 1)$. Bereken de helling (richtingscoëfficiënt) van die raaklijn.

ZIE OMMEZIJDE

5. (a) Bepaal het eerste orde Taylor polynoom $P_1(x)$ voor de functie $f(x) = \arctg(x)$ rond het punt $x = 0$.
(b) Voor alle $x \neq 0$ geldt nu

$$\arctg(x) - P_1(x) = \frac{f''(X)}{2!}x^2,$$

voor zekere X tussen x en 0 . Gebruik deze formule om een zo klein mogelijk getal r te vinden, zodat

$$\left| \arctg\left(\frac{1}{100}\right) - \frac{1}{100} \right| \leq r.$$

6. Laat de functie f gegeven zijn door

$$f(x) = \frac{x^5}{(x^2 - 1)^2}.$$

- (a) Bepaal de snijpunten van de grafiek van f met de x -as en de y -as.
(b) Bepaal de asymptoten van de grafiek van f .
(c) Bepaal de extrema van f (plaats, aard en grootte).
(d) Schets de grafiek van f , duidelijk gebruik makend van de voorgaande onderdelen.

7. Bepaal de limiet

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \sin \frac{5}{x} \right)^x.$$

8. Bereken

$$\int_0^3 x\sqrt{x+1} \, dx.$$

9. Bepaal de onbepaalde integraal

$$\int \frac{4x^2 + 11x + 4}{x(x+2)^2} \, dx.$$

Het nagekeken werk kan op **maandag 29 maart 2004** van 13.00-13.45 uur worden afgehaald in zaal 412 van het Mathematisch Instituut (Snellius). Niet afgehaald werk wordt op de gebruikelijke manier beschikbaar gemaakt tegenover kamer 203.