

# ANALYSE 1, VOLLEDIG TENTAMEN

dinsdag 10 augustus 2004, 10:00–13:00

- Vermeld niet alleen uw naam, maar ook uw studentnummer, studie(s) en docent.
- Een (grafische) rekenmachine is toegestaan, een formulekaart niet.
- Let wel: eindantwoorden alleen tellen niet! Een goede motivatie en/of berekening is noodzakelijk.
- Dit tentamen bestaat uit 9 opgaven. Vergeet de achterkant niet.

Succes!

---

1. (a) Schrijf het complexe getal  $i - \sqrt{3}$  in poolcoördinaten.  
(b) Bereken  $(1 + i)^{2004}$  in rechthoekige coördinaten.
2. (a) Bepaal de algemene oplossing van de differentiaalvergelijking

$$y'' - 4y' + 5y = 0.$$

- (b) Los het volgende beginwaardenprobleem op:

$$\begin{cases} y'' - 4y' + 5y = 0, \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 2. \end{cases}$$

3. Voor welke  $c \in \mathbb{R}$  is de functie  $f_c : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ , gegeven door

$$f_c(x) = \begin{cases} \sqrt{1 + x^c} - 1 & \text{voor } x > 0, \\ 0 & \text{voor } x \leq 0 \end{cases}$$

differentieerbaar in 0?

4. De kromme in het vlak, gegeven door de vergelijking

$$e^x - y + x^2 - y^2 - 1 = 0,$$

heeft een welgedefinieerde raaklijn in het punt  $(1, 1)$ . Bereken de helling (richtingscoëfficiënt) van die raaklijn.

**ZIE OMMEZIJDE**

5. (a) Bepaal het tweede orde Taylor polynoom  $P_2(x)$  voor de functie  $f(x) = \sin x$  rond het punt  $x = \frac{\pi}{4}$ . U hoeft uw antwoord niet te vereenvoudigen.

- (b) Voor alle  $x \neq \frac{\pi}{4}$  geldt nu, voor zekere  $X$  tussen  $x$  en  $\frac{\pi}{4}$ , dat

$$\sin x - P_2(x) = \frac{f'''(X)}{3!} \left(x - \frac{\pi}{4}\right)^3.$$

Gebruik deze formule om te laten zien dat

$$\left| \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{10}\right) - \frac{219\sqrt{2}}{400} \right| \leq \frac{1}{6000}.$$

- (c) Is de fout  $\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{10}\right) - \frac{219\sqrt{2}}{400}$  gelijk aan 0, positief of negatief? Motiveer uw antwoord.

6. Laat de functie  $f$  gegeven zijn door

$$f(x) = \frac{(x-2)^4}{x^3}.$$

- (a) Bepaal de eventuele snijpunten van de grafiek van  $f$  met de  $x$ -as en de  $y$ -as.  
(b) Bepaal de asymptoten van de grafiek van  $f$ .  
(c) Bepaal de extrema van  $f$  (plaats, aard en grootte).  
(d) Schets de grafiek van  $f$ , duidelijk gebruik makend van de voorgaande onderdelen.

7. Bepaal de limiet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{\tan x - x}.$$

8. Bereken

$$\int_0^1 \frac{x+1}{(x^2+2x+2)^3} dx.$$

9. Bepaal de onbepaalde integraal

$$\int \frac{\ln(x+1)}{x^2} dx.$$

---

Het nagekeken werk kan op **maandag 23 augustus 2004** van 13.00-13.45 uur worden afgehaald op kamer 219 van het Mathematisch Instituut (Snellius). Niet afgehaald werk wordt op de gebruikelijke manier beschikbaar gemaakt tegenover kamer 203.