

# Tussententamen Analyse I,

18 oktober 2004, 11.00–13.00 uur

- (a) Geef de definitie van continuïteit in een punt.  
(b) Zij  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  de functie gedefinieerd door

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-3}{x^2-81} & (x \neq 9), \\ a & (x = 9). \end{cases}$$

Bepaal  $a$  zodanig dat  $f$  continu is op zijn gehele domein.

- Bepaal, indien ze bestaan, de volgende limieten. Als een limiet niet bestaat, laat zien waarom niet.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x}}{\sqrt{x+1}}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{2x^2+1}}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3}{1-x^3}.$$

- (a) Bepaal de afgeleide van de functie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gedefinieerd door

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin(1/x) & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

in  $x = 0$ .

- (b) Bepaal de afgeleide van de volgende functies:

i.  $f(x) = \sin(1 + \sin(x))$ ,

ii.  $g(x) = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{x}}}\right)$ .

- (a) Formuleer de middelwaardestelling (voor differentieerbare functies).  
(b) Bewijs met behulp van de middelwaardestelling dat

$$\ln(x+1) - \ln x < 1/x,$$

voor alle  $x > 0$ .

- (a) Bepaal  $\tan(\arccos(-1/5))$ .  
(b) Zij  $a \geq 1$ . Bepaal alle reële  $x$  waarvoor  $\cosh(x) = a$ .

$$\text{Cijfer} = 1 + \frac{(5+15)+(5+5+5+5)+(10+10)+(7+8)+(7+8)}{10}.$$