

**Toets Analyse 2NA. Woensdag 18 april 2018, 11.00-13.00 uur.**

Alle antwoorden dienen vergezeld te gaan van een motivering in de vorm van een berekening of redenering. Het gebruik van een grafische rekenmachine is niet toegestaan (een gewone mag wel). Het tentamen is voldoende bij minstens 27 punten.

---

1. Bepaal een parametervoorstelling van de ellipsoïde in  $\mathbb{R}^3$  die wordt gegeven door de vergelijking

$$2(x-1)^2 + 5y^2 + 3(z+2)^2 = 30. \quad (6\text{pt})$$

2. De kromme  $C \subset \mathbb{R}^2$  heeft de parametervoorstelling

$$\begin{cases} x(t) = e^{-t} \cos(2t) \\ y(t) = e^{-t} \sin(2t) \end{cases}$$

voor  $-\pi \leq t \leq \pi$ .

- a. Bereken de booglengte van  $C$ . (5pt)
- b. Bereken de straal van de krommingscirkel aan  $C$  in het punt  $(1, 0)$  en ga na of de krommingscirkel aan de linkerkant of aan de rechterkant ligt t.o.v. de richting waarin  $C$  wordt doorlopen. (7pt)

3. Een heuvel heeft een profiel dat voor  $|x|, |y| \leq 4$  wordt gegeven door  $z = 20 - xy$ . Hierbij is  $z$  de hoogte boven zeeniveau en  $x, y$  zijn horizontale Cartesische coördinaten. De eenheid is hectometer (1hm=100m).

- a. Bereken de hoek die de heuvel maakt met de horizontaal in het punt  $(1, 1, 19)$ . (4pt)

Een karretje beweegt zich met een constante snelheid van 2 m/s langs de snijkromme van het vlak  $x - y + z = 19$  en het (heuvel)oppervlak  $z = 20 - xy$  omhoog. Op een gegeven moment bevindt het karretje zich in het punt  $(1, 1, 19)$ .

- b. Bereken de verticale component van de snelheid van het karretje in het punt  $(1, 1, 19)$ . (6pt)

**\*\*\* Op de achterkant staat nog een opgave. \*\*\***

4. Beschouw de functie  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  gegeven door

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2 + y^3}{x^4 + y^2} & \text{als } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{als } (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

- Bewijs dat  $f$  continu is in  $(0, 0)$ . (5pt)
  - Bereken de partiële afgeleide  $\frac{\partial f}{\partial y}$  voor  $(x, y) \neq (0, 0)$ . Vereenvoudig de uitdrukking zoveel mogelijk. (3pt)
  - Ga na of  $\frac{\partial f}{\partial y}$  bestaat in  $(x, y) = (0, 0)$  en bepaal indien mogelijk ook de waarde. (3pt)
  - Is  $\frac{\partial f}{\partial y}$  continu in het punt  $(0, 0)$ ? Verklaar. (4pt)
5. In het halfvlak  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0\}$  definiëren we *parabolische coördinaten*  $u, v$  door

$$x = u^2 - v^2, \quad y = 2uv \quad (u, v > 0).$$

De functie  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  is differentieerbaar in het punt  $P$  met coördinaten  $(x, y) = (3, 4)$ . Verder wordt gegeven dat

$$\frac{\partial f}{\partial x}(P) = 1, \quad \frac{\partial f}{\partial y}(P) = 2.$$

→ Bepaal de partiële afgeleide  $\frac{\partial f}{\partial u}$  in het punt  $P$ . (6pt)