

Tentamen Kansrekening en Statistiek 1

1. (a) Stel $P(A) = 1/3$ en $P(B|A^c) = 1/4$. Bepaal $P(A \cup B)$.
 (b) Stel $A \cap B \cap C = \emptyset$ en $P(A \cap B) = P(B \cap C) = P(A \cap C) = 1/3$. Bepaal $P(A)$.
 Hint: maak een plaatje.

2. Stel X_1, X_2, \dots, X_n zijn onderling onafhankelijk verdeeld met dichtheidsfunctie

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{anders} \end{cases}$$

Bepaal de dichtheidsfunctie van $M = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$. Hint: gebruik verdelingsfuncties.

3. Stel het punt (X, Y) is uniform verdeeld op het gebied dat is ingesloten door $0 \leq y \leq 1 - x^2$ en $-1 \leq x \leq 1$.
 (a) Bepaal de marginale dichtheden van X en Y .
 (b) Zijn X en Y onafhankelijk? Motiveer uw antwoord.

4. Stel X_1, X_2, \dots, X_n zijn onderling onafhankelijk verdeeld met dichtheidsfunctie

$$f_\theta(x) = \begin{cases} (\theta + 1)x^\theta & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{anders.} \end{cases}$$

Bepaal de meest aannemelijke (maximum likelihood) schatter voor θ .

5. Kort na het invoeren van het metrische systeem in Australië, vroeg men 44 studenten de lengte van hun collegezaal in meters te schatten. De ware lengte van de zaal was 13.1 meter.

8	9	10	10	10	10	10	10	10	11	11
11	12	12	13	13	13	14	14	14	15	15
15	15	15	15	15	15	16	16	16	17	17
17	17	18	18	20	22	25	27	35	38	40

Stel dat we de data opvatten als een steekproef uit een normale verdeling met onbekende verwachting μ en variantie σ^2 . Toets de nulhypothese $H_0 : \mu = 13.1$ versus het alternatief $A : \mu \neq 13.1$. Kies significantieniveau $\alpha = 0.01$

6. Stel X heeft de uniforme verdeling op het interval $[0, \theta]$ met dichtheidsfunctie

$$f(x) = \begin{cases} 1/\theta & 0 \leq x \leq \theta \\ 0, & \text{anders.} \end{cases}$$

We willen de nulhypothese $H_0 : \theta = 2$ toetsen versus het alternatief $A : \theta > 2$. We besluiten H_0 te verwerpen als $X \geq 1.9$.

- (a) Wat is het significantieniveau van deze toets? Met andere woorden, wat is de kans dat we H_0 onterecht verwerpen?
 (b) Stel we nemen waar $X = 1.77$. Wat is de p waarde van deze waarneming?
 (c) Bepaal op basis van de waarneming $X = 1.77$ het 95% betrouwbaarheids interval voor θ .