

Toets Lineaire algebra I (wiskundigen)

Bas Edixhoven

23 oktober 2017, 11:00–13:00

Geen rekenmachines, dictaat en aantekeningen. **Motiveer elk antwoord.**

Controleer zoveel mogelijk je antwoorden.

Er zijn **4 opgaven**. Indicatieve normering: $20+25+25+20 = 90$. Succes!

1. Laat $a = (1, 2, 3)$ en $v = (-3, 5, 7)$ in \mathbb{R}^3 .
 - (a) Bepaal de projectie $\pi_{L(a)}(v)$ van v op de lijn $L(a)$.
 - (b) Bepaal de projectie $\pi_{a^\perp}(v)$ van v op het vlak a^\perp .
 - (c) Bepaal de reflectie $s_{a^\perp}(v)$ van v in a^\perp .

2. Laat $a = (1, 1, 1)$ en $b = (1, 0, 0)$ in \mathbb{R}^3 .
 - (a) Bewijs dat $a^\perp \cap L(b) = \{0\}$.
 - (b) Geef v_1 en v_2 in \mathbb{R}^3 zodat $a^\perp = L(v_1, v_2)$.
 - (c) Bewijs dat $a^\perp + L(b) = \mathbb{R}^3$.

3. Laat V een \mathbb{R} -vectorruimte zijn, en laat S en T deelverzamelingen van V zijn.
 - (a) Geef een definitie van $L(S)$, de deelruimte voortgebracht door S .
 - (b) Bewijs dat $L(S) + L(T) \subseteq L(S \cup T)$.
 - (c) Bewijs dat $L(S \cup T) \subseteq L(S) + L(T)$.

4. Laat V de \mathbb{R} -vectorruimte zijn van alle differentieerbare functies van \mathbb{R} naar \mathbb{R} . Welke van de volgende afbeeldingen zijn lineair?
 - (a) De afbeelding $\phi: V \rightarrow \mathbb{R}^2, f \mapsto (f(1) - 2f(2), f'(3))$.
 - (b) De afbeelding $\phi: V \rightarrow \mathbb{R}, f \mapsto f(1)f(2)$.
 - (c) De afbeelding $\phi: \mathbb{R} \rightarrow V, x \mapsto \phi_x$, met $\phi_x: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, y \mapsto x^2y$.
 - (d) De afbeelding $\phi: \mathbb{R} \rightarrow V, x \mapsto \phi_x$, met $\phi_x: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, y \mapsto xy^2$.