# Deeltentamen OPTIMALISERING (TW2020)

7 november 2016

Dit deeltentamen bestaat uit 5 vragen verdeeld over 2 pagina's. In totaal zijn er 45 punten te verdienen. Je cijfer wordt bepaald door bij het totaal aantal behaalde punten 5 op te tellen en vervolgens door 5 te delen. Je mag bij dit tentamen alleen schrijfgerei en een niet-grafische rekenmachine gebruiken. Aantekeningen, boeken, dictaten, grafische rekenmachines, computers, telefoons, smart-watches e.d. mogen **niet** gebruikt worden. Je hebt twee uur de tijd. Succes!

---

1. (10 points) Beschouw het onderstaande LP probleem. Los dit probleem op met de twee-fasen Simplex methode. Geef voor elke iteratie het Simplex tableaux met daarin het pivot element omcirkeld. Geef ook de gevonden optimale oplossing.

$$\begin{array}{llll} \max & 2x_1 + 4x_2 & & \\ \text{o.d.v.} & x_1 + 3x_2 & = & 12 \\ & 3x_1 + 5x_2 & \geq & 24 \\ & x_1, x_2 \geq 0 & & \end{array}$$

2. Beschouw het onderstaande LP probleem.

$$\begin{array}{llllll} \min & x_1 & +4x_2 & +4x_3 & & \\ \text{o.d.v.} & x_1 & +3x_2 & & \geq & 12 \\ & & 2x_2 & -x_3 & \geq & 6 \\ & x_1 & -x_2 & & = & 5 \\ & x_1, x_3 \geq 0 & & & & \end{array}$$

(a) (5 points) Formuleer het duale probleem. Dit kan zonder motivatie.

(b) (5 points) Gegeven dat de oplossing $x^* = (8, 3, 0)$ van het primale probleem optimaal is, vind een optimale oplossing van het duale probleem met behulp van de complementary slackness condities.

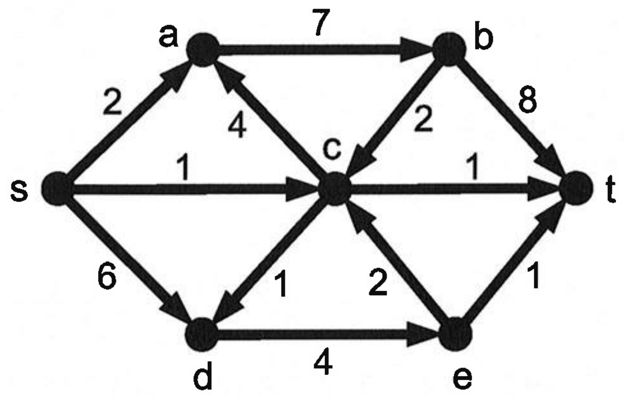
3. (5 points) Bewijs dat, voor elke $m \times n$ matrix $A$ en vector $b \in \mathbb{R}^m$, precies één van de volgende twee beweringen waar is:

   (i) $\exists x \in \mathbb{R}^n$ zodanig dat $Ax = b, x \leq 0$

   (ii) $\exists y \in \mathbb{R}^m$ zodanig dat $y^T A \leq 0, y^T b < 0$.

   Je mag hierbij Farkas' lemma of de sterke dualiteitsstelling gebruiken.

4. (10 points) Vind een zo groot mogelijke $s$-$t$ stroom in het onderstaande netwerk, met behulp van het algoritme van Ford-Fulkerson. Bewijs ook, door middel van een $s$-$t$ snede, dat je gevonden stroom optimaal is. Het label van elke pijl in het netwerk is de capaciteit van de pijl.




5. (10 points) In een zekere regio zijn $p$ ambulances beschikbaar en er zijn $n$ locaties waar deze ambulances geplaatst zouden kunnen worden. Er zijn $m$ woningen in de regio en de reistijd van locatie $i$ naar woning $j$ is bekend en wordt genoteerd als $t_{ij}$. De *wachttijd* van een woning is de reistijd vanuit de dichtstbijzijnde locatie waar een ambulance staat. Ons doel is om de ambulances zo te plaatsen dat de gemiddelde wachttijd van de woningen minimaal is. Formuleer dit probleem als een ILP probleem.

Einde deeltentamen