Wiskundige Structuren 2017-2018, Quiz 2

Dinsdag 28 november 2017, 10u00–10u45

Vermeld op elk blad dat je inlevert duidelijk je naam en studentnummer. Rekenmachines en documenten zijn niet toegestaan. Bewijs al je beweringen en formuleer duidelijk de stellingen en andere resultaten die je gebruikt.

Vraag 1

Laat $A, B \subseteq \mathbb{R}$ twee niet-lege verzamelingen zijn. Definieer de verzameling $A - B$ door

$$A - B := \{a - b \,:\, a \in A \text{ en } b \in B\}.$$

(Dit is dus wat anders dan de verzameling $A \setminus B$!)
(a) Bewijs dat als A niet naar boven begrensd is, dat dan $\sup(A - B)$ niet bestaat.
(b) Bewijs dat als A en B begrensde verzamelingen zijn, dat dan $\sup(A - B) = \sup A - \inf B$.

Vraag 2

(a) Geef de definitie van Cauchy-rij.
(b) Zij $(a_n)_{n\geq 0}$ een reële rij en $b, c \in \mathbb{R}$ met $b < c$. Stel dat $(b_k)_{k\geq 0}$ en $(c_k)_{k\geq 0}$ twee convergente deelrijen van $(a_n)_{n\geq 0}$ zijn, waarvoor geldt dat $\lim_{k\to\infty} b_k = b$ en $\lim_{k\to\infty} c_k = c$. Bewijs dat $(a_n)_{n\geq 0}$ niet convergent is.

Ter herinnering: Een rij $(b_k)_{k\geq 0}$ is een deelrij van de rij $(a_n)_{n\geq 0}$ als er een strikt stijgende rij natuurlijke getallen $(n_k)_{k\geq 0}$ bestaat zodat voor alle $k \in \mathbb{N}$ geldt dat $a_{n_k} = b_k$.

Succes!